内 容 简 介

本书是一部综合性的数学大辞典，涵盖数理逻辑与数学基础、数论、代数学、分析学、复分析、常微分方程、动力系统、偏微分方程、泛函分析、组合数学、图论、几何学、拓扑学、微分几何、概率论、数理统计、计算数学、控制论、信息论、运筹学等学科，以常用、基础和重要的名词术语为基本内容，提供简短扼要的定义或概念解释，并有适度展开。正文后附有数学发展历史纪要、人名译名对照表等附录，并设有便于检索的中、英文索引。

本书可供数学及相关专业的科技工作者，大专院校师生，中学数学教师，数学爱好者，以及具有大专以上文化程度的其他读者参考使用。

图书在版编目(CIP)数据

数学大辞典=Dictionary of Mathematics/王元总主编；文兰，陈木法副总主编. —北京：科学出版社，2010

"十一五"国家重点图书出版规划项目

ISBN 978-7-03-027359-8

I. 数… II. ①王… ②文… ③陈… III. 数学-词典 IV. O1-61

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2010) 第 077292 号

责任编辑：顾英利 刘嘉善 林 鹏／责任校对：张 琪

责任印制：钱玉芬／封面设计：黄华斌

科学出版社 出版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码：100717

http://www.sciencep.com

双青印刷厂印刷

科学出版社发行　各地新华书店经销

*

2010 年 8 月第 一 版　开本：890 × 1240　1/16

2010 年 8 月第一次印刷　印张：78 1/4

印数：1—3 000　字数：2 952 000

定价：228.00 元

(如有印装质量问题，我社负责调换)

“十一五”国家重点图书出版规划项目

数学大辞典

Dictionary of Mathematics

◎总主编　王　元　◎副总主编　文　兰　陈木法

科学出版社

北京

目 录

前言
使用说明
一、数理逻辑与数学基础 ······ 1
1.1 模型论 ······ 1
1.2 证明论 ······ 15
1.3 集合论 ······ 19
1.4 递归论 ······ 39
1.5 数学基础 ······ 49
二、数论 ······ 55
三、代数学 ······ 83
3.1 域论 ······ 83
3.2 多项式 ······ 87
3.3 线性代数 ······ 90
3.4 型 ······ 103
3.5 模论 ······ 117
3.6 交换代数 ······ 123
3.7 环论 ······ 131
3.8 范畴论 ······ 145
3.9 同调代数 ······ 148
3.10 代数 K 理论 ······ 152
3.11 群论 ······ 158
3.12 代数群 ······ 186
3.13 拓扑群 ······ 205
3.14 李群 ······ 210
3.15 量子群 ······ 215
四、代数几何 ······ 223
4.1 一般理论 ······ 223
4.2 代数曲线 ······ 238
4.3 代数曲面 ······ 252
4.4 高维代数簇的极小模型理论 ······ 257
4.5 阿贝尔簇 ······ 259
4.6 算术代数几何 ······ 263
4.7 霍奇理论 ······ 265
4.8 模空间理论 ······ 270
4.9 概形理论 ······ 275
五、分析学 ······ 285
5.1 分析学基础・实分析 ······ 285
5.2 测度论 ······ 314
5.3 可测函数与积分 ······ 317
5.4 积分变换 ······ 322
5.5 位势论 ······ 325
5.6 变分法 ······ 331
5.7 凸分析 ······ 336
六、复分析 ······ 344
6.1 单复变函数论 ······ 344
6.2 多复变函数论 ······ 356
七、常微分方程与动力系统 ······ 373
7.1 常微分方程 ······ 373
7.2 动力系统 ······ 388
八、偏微分方程 ······ 400
九、泛函分析 ······ 466
9.1 泛函和空间理论 ······ 466
9.2 算子 ······ 480
9.3 谱理论 ······ 485
9.4 算子代数 ······ 489
9.5 非线性泛函分析 ······ 497

9.6 遍历理论 ·················· 504

十、组合数学与图论 ·················· 510

10.1 组合数学 ·················· 510

10.2 组合设计 ·················· 543

10.3 图论 ·················· 558

十一、拓扑学与几何学 ·················· 585

11.1 一般拓扑学 ·················· 585

11.2 代数拓扑学 ·················· 598

11.3 微分流形 ·················· 638

11.4 射影几何学・仿射几何学 ·················· 644

11.5 初等几何学 ·················· 660

十二、微分几何学 ·················· 689

十三、概率论 ·················· 720

13.1 概率空间 ·················· 720

13.2 随机变量 ·················· 725

13.3 极限定理 ·················· 735

13.4 随机过程通论 ·················· 741

13.5 随机分析 ·················· 746

13.6 马尔可夫过程 ·················· 753

13.7 无穷维马尔可夫过程 ·················· 764

13.8 平稳过程 ·················· 768

十四、数理统计 ·················· 771

14.1 样本・统计量 ·················· 771

14.2 假设检验 ·················· 780

14.3 非参数统计 ·················· 790

14.4 统计决策 ·················· 793

14.5 抽样与统计过程控制 ·················· 796

14.6 试验设计 ·················· 806

14.7 回归分析 ·················· 810

14.8 生存分析 ·················· 827

14.9 时间序列分析 ·················· 838

十五、计算数学 ·················· 847

15.1 基本概念与误差理论 ·················· 847

15.2 数值代数 ·················· 852

15.3 数值积分、数值微分与常微分方程数值解 ·················· 888

15.4 偏微分方程数值解 —— 有限元与边界元 ·················· 899

15.5 偏微分方程数值解 —— 差分法、谱方法与计算流体 ·················· 917

15.6 函数逼近与计算几何 ·················· 931

15.7 统计计算与蒙特卡罗方法 ·················· 957

十六、控制论与信息论 ·················· 971

16.1 控制论 ·················· 971

16.2 信息论 ·················· 1000

16.3 密码学 ·················· 1021

十七、运筹学 ·················· 1036

17.1 数学规划理论 ·················· 1037

17.2 线性规划 ·················· 1047

17.3 非线性规划 ·················· 1053

17.4 多目标规划 ·················· 1061

17.5 动态规划 ·················· 1063

17.6 组合优化 ·················· 1065

17.7 对策论 ·················· 1071

17.8 排队论 ·················· 1078

17.9 可靠性理论・更新论 ·················· 1092

17.10 库存论・供应链管理 ·················· 1098

17.11 决策论・搜索论 ·················· 1101

17.12 其他运筹学方法 ·················· 1108

附 I 数学发展历史纪要 ·················· 1116

附 II 人名译名对照表 ·················· 1121

II.1 中文—外文译名 ·················· 1121

II.2 外文—中文译名 ·················· 1129

英文名索引 ·················· 1139

中文名索引 ·················· 1189

一

数理逻辑与数学基础

符号体系 [symbolism]　由一系列符号和它们的组合规则构成，用来替代自然语言对某些知识系统进行描述、分析和研究。

（执笔：金人麟　校阅：史念东）

数理逻辑 [mathematical logic]　亦称符号逻辑(symbolic logic)，处于数学和数学哲学的交叉部分。数理逻辑一方面使用形式逻辑的思想方法研究数学及数学推理的基本原则和规律；另一方面使用数学工具来表示和研究形式逻辑的性质和结构。数理逻辑包含了很多分支和研究方向，其中最主要的分支为模型论、证明论、集合论和递归论 (即可计算理论)。这四个分支的发展都和哥德尔(K. Gödel) 在 20 世纪 30 年代完成的工作有着密切的联系。

数理逻辑是伴随着数学公理化进程而不断发展的。在 19 世纪后期到 20 世纪初，弗雷格(G. Frege) 和罗素(B. Russell) 致力于用符号逻辑替代自然语言来描述数学原理和数学推理，他们发展了命题演算和谓词演算，使得数学更加系统化和严格化，从而使得数学和逻辑成为一体。他们的工作也使得人们更加了解了数学推导中逻辑语义和逻辑语法的差别。这推动了数学公理化的进程。但在此发展中产生了对数学公理化过于乐观的倾向，即认为最终可以找到一个相容的、完备的公理系统使得所有的数学定理，包括这个公理系统的相容性，都成为这个公理系统的推论。这就是所谓的*希尔伯特计划*。但是这个倾向却被哥德尔所否定。

哥德尔关于一阶逻辑的完全性定理表明数学中基于语法上的推导和基于语义上的推理是等价的。基于语法上的推导是一个按照一定规则进行的机械过程，它不依赖于原因、结果、以及中间过程的具体含义；基于语义上的推理则通过对每一语句在每个数学结构 (模型) 中的语义解释和真假值来确立原因和结果的关系。哥德尔完全性定理深刻地揭示出数学理论中语法形式推导和语义内容分析推理之间的一致性。哥德尔完全性定理也因此展现了模型在数学推理中的作用，促进了模型论的发展。

哥德尔第一不完全性定理成功地应用数学推理来分析逻辑的内涵和其局限性，并证明了希尔伯特计划的不可行性，即对于任意一个相容的，包含了弱算术公理的，可判定的公理系统，总存在一个语句使其不能从这公理系统出发来证明或反证。这成为另一分支证明论的起点。

为了解决在引进了无限集合后产生的各种超出当时想象的问题，康托尔(G. Cantor) 建立了朴素集合论。但在罗素发现了著名的罗素悖论后，对朴素集合论进行改造就迫在眉睫。在策梅洛(E. Zermelo)，弗伦克尔(A. Fraenkel) 及其他数学家的努力下，集合论的公理系统如策梅洛–弗伦克尔公理系统，在数理逻辑的框架下得以建立。策梅洛–弗伦克尔公理系统的引入避免了罗素悖论。因为策梅洛–弗伦克尔公理系统是作为整个数学的基础理论而引进的，它的相容性就得到数学家们的重视。哥德尔对集合论发展的贡献存在于两个方面。一方面，哥德尔第二不完全性定理证明了从任意一个相容的，包含了弱算术公理的，可判定的公理系统出发不可能证明其自身的相容性。所以在策梅洛–弗伦克尔公理系统中不可能证明该系统的相容性，从而使人们避免了在策梅洛–弗伦克尔公理系统内寻找本系统相容性的无谓努力。另一方面，哥德尔引入了可构造性和可构造域，从而建立了选择公理和连续统假设和策梅洛–弗伦克尔公理系统的相对相容性。这和以后科恩(P. Cohen) 利用力迫法证明的非选择公理以及非连续统假设和策梅洛–弗伦克尔公理系统相对相容的结果一起成了现代公理集合论的独立性证明的样本。

哥德尔第一不完全性定理证明中的一个重要步骤是分析可证明语句的计算复杂性。哥德尔证明了在一个相容的、包含了弱算术公理的、可判定的公理系统中，所有可证明语句的集合是不可判定的，所以一定存在一个不在这集合中的语句使得这语句的否定也不在这集合中。为了完善对可判定性的描述，丘奇(A. Church)，图灵(A. M. Turing) 等提炼出递归函数和图灵可计算性等概念。对这些概念的深入研究促发了递归论的产生和发展。

数理逻辑是一个广泛的领域，以上四个分支并不包含所有数理逻辑的内容。另外如*多值逻辑*、模糊逻辑、*模态逻辑*等，都是数理逻辑有趣的组成部分。

（执笔：金人麟　校阅：史念东）

1.1 模　型　论

模型论 [model theory]　数理逻辑的一个分支，它主要研究形式语言及其在模型中的语义解释之间的关系。例如，群论公理是形式语言中有关一个乘法符号 $\cdot$ 和一个常元符号 e 的三个语句，即 ① $\forall x(x \cdot e = x)$；② $\forall x \exists y(x \cdot y = e)$；③ $\forall x \forall y \forall z((x \cdot y) \cdot z = x \cdot (y \cdot z))$。关于群论公理的一个模型则是一个具体的群，如整数加群、正方形可逆矩阵乘法群、n 个元素上的置换群等。群论公理在一个群，如可逆矩阵乘法群中的解释可以叙述为：① e 是一个右单位矩阵；② 对每个可逆矩阵都存在一个右逆矩阵；③ 矩阵乘法满足结合律。模型论中的基本定理有哥德尔完全性定理、紧致性定理、勒文海姆–斯科伦定理等。

从 20 世纪初以来，模型论得到了蓬勃发展，而且模型论